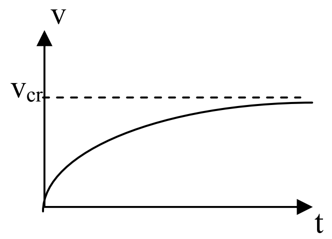
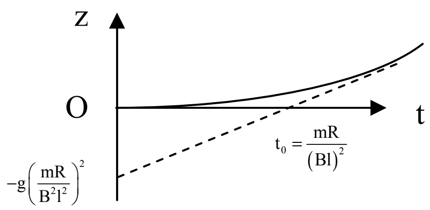
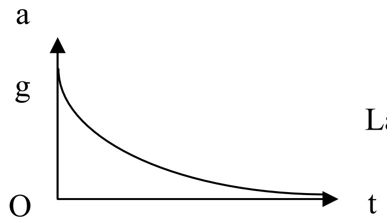
Proba teoretică

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Râmnicu Vâlcea, 1-6 februarie 2009

XII

<table>
<tr><th colspan="2">Subiect 1</th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td colspan="2">Total subiect</td><td></td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="2">Problema A</td><td></td><td>4,5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">a)</td><td>Legea a II-a a lui Newton $ma = m\frac{dv}{dt} = mg - Bil$
cu $i = \frac{e}{R} = \frac{Blv}{R}$ ne dă $\frac{dv}{dt} = g - \frac{Bl}{m}i = g - \frac{(Bl)^2 v}{mR}$</td><td>1,5</td><td rowspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Soluția ecuației diferențiale și condiția inițială v=0 la t=0 ne conduce la dependența $v(t) = \frac{mgR}{(Bl)^2}\left(1 - e^{-\frac{(Bl)^2}{mR}t}\right)$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Cu $v = \frac{dz}{dt}$ și integrarea relației $dz = v(t)dt$, cu condiția inițială z = 0 la t = 0, obținem $z(t) = \frac{mgR}{(Bl)^2}t + \frac{(mR)^2 g}{(Bl)^4}\left(e^{-\frac{(Bl)^2}{mR}t} - 1\right)$</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$a(t) = g - \frac{(Bl)^2}{mR}v(t) = ge^{-\frac{(Bl)^2}{mR}t}$</td><td>0,5</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="3">d)</td><td>

cu $v_{cr} = \frac{mgR}{(Bl)^2}$</td><td>0,3</td><td rowspan="3">1</td></tr>
<tr><td>

Pentru t << t_0 dependența are forma $z(t) \approx \frac{1}{2}gt^2$
Pentru t >> t_0 (adică $t \to \infty$) dependența are forma $z(t) \approx \frac{mgR}{(Bl)^2}\left(t - \frac{mR}{(Bl)^2}\right)$</td><td>0,4</td></tr>
<tr><td>

La $t = t_0 \ln 2$, avem $a_1 = g / 2$</td><td>0,3</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema B		**4,5**
a) Într-o poziție deplasată cu x față de cea inițială, asupra laturilor cadrului perpendiculare pe Ox, acționează forțele $F_1 = B_z(x)ia = B_0(1+\alpha x)ia$ în sensul +Ox	0,4	
$F_2 = B_z(x+a)ia = B_0\left[1+\alpha(x+a)\right]ia$ în sensul –Ox	0,4	
Forța netă este $F_r = F_1 - F_2 = B_0 ia(-\alpha a) = -B_0\alpha a^2 i$	0,4	
Conform legii Faraday - Lenz $e = -\dfrac{d\Phi}{dt} = -L\dfrac{di}{dt}$, astfel încât $Ldi = d\Phi = a^2 dB$, cu $dB = \alpha B_0 dx$	0,6	
Prin integrare găsim $Li = a^2\alpha B_0 x$, adică $i = \dfrac{a^2\alpha B_0 x}{L}$	0,4	
Forța netă devine $F_r = -\left(\dfrac{\alpha B_0 a^2}{\sqrt{L}}\right)^2 x$, adică o forță de tip elastic, ce imprimă o oscilație armonică.	0,4	**4**
Constanta de tip elastic este $k_{elastic} = \left(\dfrac{\alpha a^2 B_0}{\sqrt{L}}\right)^2 = m\omega^2$ Deci, pulsația mişcării este $\omega = \dfrac{\alpha a^2 B_0}{\sqrt{mL}}$	0,4	
Legea conservării energiei $\dfrac{m}{2}v_0^2 = \dfrac{1}{2}k_{elastic}A^2$ ne determină amplitudinea $A = \dfrac{v_0\sqrt{mL}}{\alpha a^2 B_0}$	0,5	
Legea de mişcare a cadrului este $x(t) = A\sin\omega t$, cu A şi ω de mai sus. Perioada mişcării este $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\dfrac{\sqrt{mL}}{\alpha a^2 B_0}$	0,5	
b) În cazul unui cadru cu $R \neq 0$ o parte din energie se disipă prin efect electrocaloric şi mişcarea se amortizează treptat.	0,5	**0,5**
Oficiu		**1**

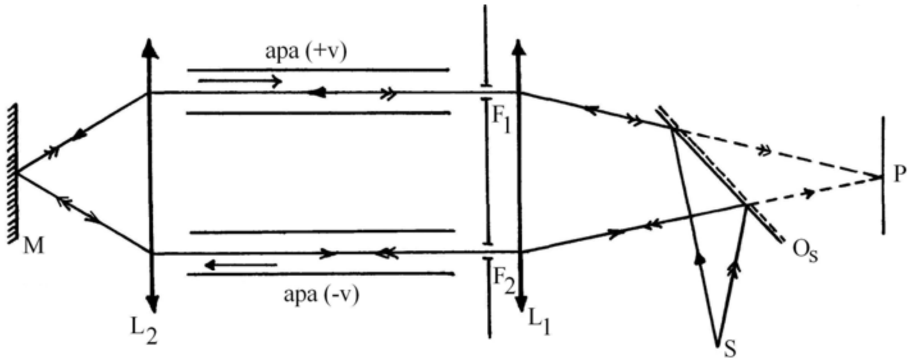
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

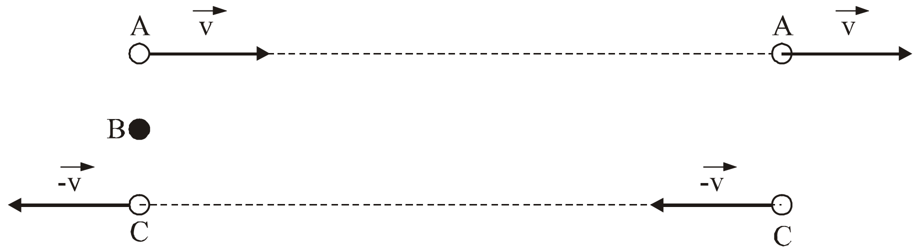
Subiect 2		**Parțial**	**Punctaj**
Total subiect			**10**
Problema A			**5**
a)	Pentru maximele de interferență $r_2 - r_1 = m\lambda,\ m = 1,2,3,...$, unde $r_1 = z,\ r_2 = \sqrt{d^2+z^2}$. De aici rezultă $z_{Max}^{(m)} = \frac{d^2 - m^2\lambda^2}{2m\lambda} = \frac{1}{2m\lambda}(d-m\lambda)(d+m\lambda) > 0$, astfel că $m < d/\lambda = 142{,}857$.	0,4	**0,4**
b)	Ultima valoare posibilă pentru m este întregul $m^{(sup)} = \mathrm{int}(d/\lambda) = 142$. Astfel, şirul ce localizează maximele are forma $m = 1,2,3,...,142$. Se remarcă faptul că distanța $z_{Max}^{(m)}$ scade când întregul m creşte (derivata $dz_{Max}^{(m)}/dm$ este mereu negativă). Acum putem scrie $z_{Max}^{(sup)} = \frac{1}{2\lambda\,\mathrm{int}(d/\lambda)}[d^2 - \lambda^2(\mathrm{int}(d/\lambda))^2]$.	0,4	**0,6**
	În aplicația numerică $z_{Max}^{(sup)} = \frac{1}{284\lambda}[d^2 - (142\lambda)^2] = 0{,}602.10^{-6}\,m$, adică maximul este extrem de aproape de sursa S_1.	0,2	
c)	Observăm că cele mai îndepărtate maxime sunt cele pentru $m=1$ şi $m=2$. Pentru m=1 avem $z_{Max}^{(1)} = \frac{d^2-\lambda^2}{2\lambda} = 7{,}143.10^{-3}\,m = 7{,}143\,mm$	0,3	**2,50**
	Pentru $m=2$ găsim $z_{Max}^{(2)} = \frac{d^2-4\lambda^2}{4\lambda} = 3.571.10^{-3}\,m = 3{,}571\,mm$.	0,3	
	În general, pentru intensitatea luminoasă dintr-un punct oarecare putem scrie relația $I = A\lvert E\rvert^2 = A\lvert E_1+E_2\rvert^2 = A[\lvert E_1\rvert^2 + \lvert E_2\rvert^2 + (E_1E_2^* + E_2E_1^*)] = ... = AK^2\{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1r_2}\cos[k(r_2-r_1)]\}$. În cazul maximelor argumentul cosinusului este $k\lvert r_2 - r_1\rvert = 2\pi m$ şi $\cos[k(r_2-r_1)] = +1$. Astfel, pentru maxime, obținem $I = AK^2(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2})^2$.	0,75	
	Pentru $m=1$ avem $I^{(1)} = AK^2\left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{\sqrt{z_1^2+d^2}}\right)^2 = AK^2.\frac{\left(\sqrt{z_1^2+d^2}+z_1\right)^2}{z_1^2\left(z_1^2+d^2\right)}$, unde $z_1 = \frac{d^2-\lambda^2}{2\lambda}$.	0,2	
	Pentru m=2, avem $I^{(2)} = AK^2\left(\frac{1}{z_2} + \frac{1}{\sqrt{z_2^2+d^2}}\right)^2 = AK^2.\frac{\left(\sqrt{z_2^2+d^2}+z_2\right)^2}{z_2^2\left(z_2^2+d^2\right)}$, cu $z_2 = \frac{d^2-4\lambda^2}{4\lambda}$.	0,2	
	Raportul acestor intensități este $\frac{I^{(1)}}{I^{(2)}} = \frac{z_2^2(z_2^2+d^2)(\sqrt{z_1^2+d^2}+z_1)^2}{z_1^2(z_1^2+d^2)(\sqrt{z_2^2+d^2}+z_2)^2} ... = \frac{1}{4}\left(\frac{d^4-16\lambda^4}{d^4-\lambda^4}\right)^2$. Deoarece, în cazul nostru, $\lambda << d$, putem considera $\frac{I^{(1)}}{I^{(2)}} = \frac{1}{4}$, sau invers $\frac{I^{(2)}}{I^{(1)}} = 4$. Intensitățile maximelor cresc pe măsură ce ne apropiem de S_1.	0,75	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

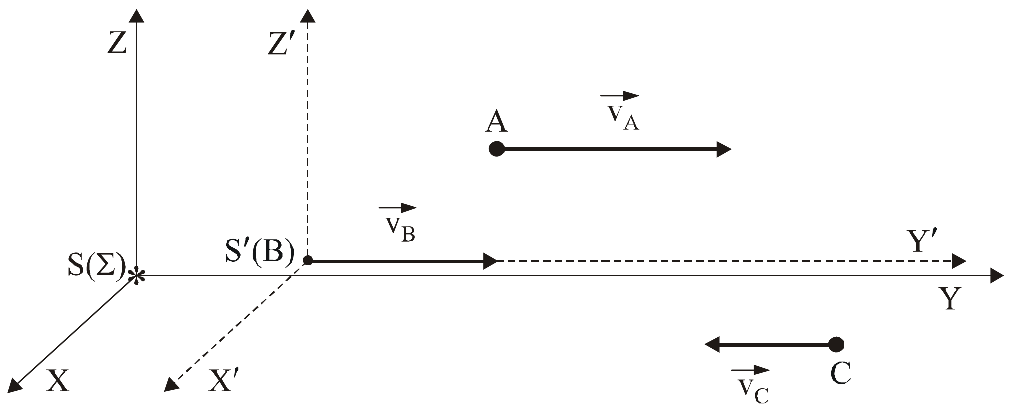
Subiect 2		**Parţial**	**Punctaj**
d)	Pentru minime $r_2 - r_1 = (m+1/2)\lambda,$ cu $m = 0,1,2,3,...$ Localizarea lor are în vedere că $r_1 = z,\ r_2 = \sqrt{d^2+z^2}$ şi obţinem $z_{min}^{(m)} = \frac{d^2-(m+1/2)^2\lambda^2}{(2m+1)\lambda} > 0.$ Rezultă cu necesitate $m < d/\lambda - 1/2.$ Se acceptă, ca ultimă valoare posibilă, întregul $\mathrm{int}(d/\lambda - 1/2).$ În cazul concret al aplicaţiei numerice int(142,357)=142. Localizăm acum minimele pentru $m = 0$ şi $m = 1.$ Obţinem $z_{min}^{(0)} = \frac{d^2-(1/2)^2\lambda^2}{\lambda} = 14,29.10^{-3}\,\mathrm{m},$ respectiv $z_{min}^{(1)} = \frac{d^2-(3/2)^2\lambda^2}{3\lambda} = 4,76.10^{-3}\,\mathrm{m}.$ Acest minim, pentru $m = 1,$ este localizat între cele două maxime analizate la punctul c) al problemei.	1	**1**
e)	Răspunsul este categoric: interfranja nu este constantă indiferent cum s-ar defini (între două maxime vecine sau între două minime vecine). Motivul este acela că dependenţele $z_{Max}(m)$ sau $z_{min}(m)$ nu sunt liniare.	0,25	**0,25**
f)	Un calcul similar celui de la punctul c) ne dă $\frac{I^{(m_{sup})}}{I^{(1)}} = (m_{sup})^2\left(\frac{d^4-\lambda^4}{d^4-m_{sup}^2\lambda^4}\right)^2 \xrightarrow[\lambda<<d]{} m_{sup}^2 = 20164.$	0,25	**0,25**
Problema B			**4**
1)	Fie S' referenţialul legat de lichid (care curge faţă de S), în care viteza luminii este $v'_x = c/n.$ Cu notaţia $\beta = v/c,$ în referenţialul S (al laboratorului), viteza luminii este $v_x = (v'_x + v)/(1+vv_x/c^2) = ... = (c/n)(1+n\beta)/(1+\beta/n)$ iar timpul necesar propagării pulsului luminos de la A la B are valoarea $t_{AB} = \ell/v_x = (n\ell/c)(1+\beta/n)/(1+n\beta).$ Când $n \to 1,$ găsim $t_{AB} \to \ell/c$ (căci $n = 1$ înseamnă vid peste tot).	1	**1**
2)	2.1). Desigur, t_{AB} este cel deja calculat. Timpul t_{CD} se obţine din t_{AB} prin inversarea semnului lui v (adică a lui β). Avem $t_{CD} = (n\ell/c)(1-\beta/n)/(1-n\beta).$	0,5	**2,5**
	Calculăm acum diferenţa acestor timpi de parcurs ai distanţei ℓ prin cele două braţe cu lichid: $\Delta t \equiv t_{CD} - t_{AB} = (n\ell/c)\{(1-\beta/n)/(1-n\beta) - (1+\beta/n)/(1+n\beta)\} = (2\beta\ell/c)(n^2-1)/(1-n^2\beta).$ Cu ajutorul lui Δt, determinăm apoi defazajul $\Delta\Phi = \omega\Delta t$. *Observaţie:* când $n \to 1$, avem $\Delta\Phi = 0.$	0,5	
	2.2). Acest defazaj se poate pune în evidenţă experimental cu o instalaţie (interferenţială) ca cea din figura de mai jos. Cu un detector cvasipunctiform se măsoară intensitatea luminoasă în punctul P de pe un ecran. Când apa din braţe nu curge, intensitatea din P este mare (nu există defazaj). Când apa se pune în mişcare, ca în figura (b) din enunţul problemei, în P se constată o variaţie (la început o scădere) a intensităţii, ce corespunde lui $2\Delta\Phi = 2\omega\Delta t$ (dublarea apare deoarece o rază parcurge distanţa 2ℓ în sensul curentului iar cealaltă- în sens opus curentului). De pildă, crescând treptat viteza lichidului, la o anumită valoare a sa, în P se obţine întuneric (minim de intensitate luminoasă). Din condiţia $2\Delta\Phi = \pi$ se poate afla pentru ce viteză a lichidului apare prima anulare de intensitate luminoasă în P.		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

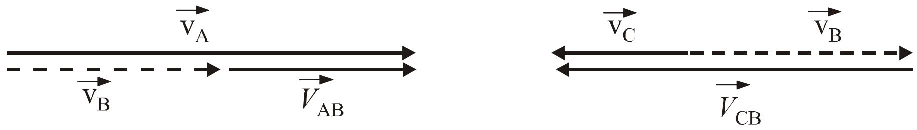
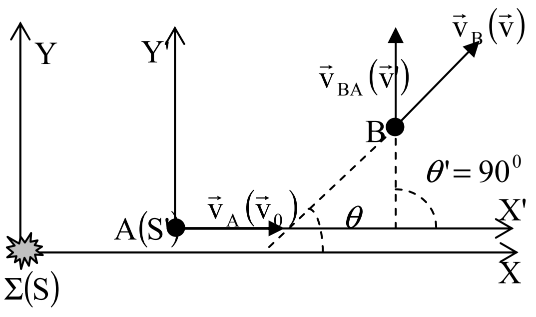
Subiect 2		Parțial	Punctaj
	 (Punctajul parțial de 1,5 p se va considera pentru schema experimentului, pentru explicarea modului în care se evidențiază defazajul și pentru comentarii conexe).	1,5	
3)	Refăcând în limbaj clasic (nerelativist) calculul de la punctul 2.1) am obține: $t_{AB} = \ell/(c/n+v)$, respectiv $t_{CD} = \ell/(c/n-v)$. De aici rezultă $\Delta t = t_{CD} - t_{AB} = (2\ell/v)[1/(n\beta)^2 - 1]^{-1}$ și, corespunzător, $\Delta\Phi = \omega\Delta t$. Atunci când $n \to 1$ (vid peste tot), acest calcul ne conduce la un $\Delta t \neq 0$ (în dezacord cu postulatul lui Einstein) și, corespunzător, la un $\Delta\Phi \neq 0$. Așadar, singurul calcul corect este cel relativist.	0,5	**0,5**
Oficiu			**1**

Subiect 3	**Parțial**	**Punctaj**
Total subiect		**10**
a) **Indicațiile ceasornicelor de pe navele B şi C la întâlnirea acestora**		3
În figura 1 am considerat că nava B este un sistem de referință fix față de care, în acord cu enunțul problemei, navele A şi C se deplasează cu vitezele $\vec{v}$ şi respectiv $-\vec{v}$.	0,25	
Ca urmare, distanța parcursă de A în raport cu B, de la întâlnirea A – B până la întâlnirea A – C, este egală cu distanța parcursă de C în raport cu B, de la întâlnirea C – A până la întâlnirea C – B.	0,50	
 fig.1	0,25	
Deplasarea navei A, de la întâlnirea cu B până la întâlnirea cu C, este un proces a cărui durată, măsurată cu ceasornicul lui A, se identifică chiar cu indicația t' a acestuia, reprezentând timpul propriu al ceasornicului lui A la întâlnirea cu C.	0,25	
Durata aceluiaşi proces, măsurată cu ceasornicul lui B (din sistemul fix al navei B) este: $t_{1B} = \dfrac{t'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, identificându-se chiar cu indicația ceasornicului lui B la întâlnirea lui A cu C.	0,25	
De la întâlnirea navelor A şi C, când, sincronizându-se cu ceasornicul lui A, ceasornicul lui C indică ora t', şi până la întâlnirea navelor C şi B, deplasarea lui C în raport cu B reproduce, în sens invers, deplasarea lui A în raport cu B.	0,25	
Ca urmare, durata deplasării navei C de la întâlnirea cu A şi până la întâlnirea cu B, măsurată cu ceasornicul lui C este t', astfel încât indicația ceasornicului lui C la întâlnirea cu nava B este $t_C = 2t'$, reprezentând timpul propriu al navei C la întâlnirea cu B.	0,25	
Durata aceluiaşi proces, determinată cu ceasornicul lui B (din sistemul fix al navei B) va fi: $t_{2B} = \dfrac{t'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = t_{1B}$,	0,25	
astfel încât indicația ceasornicului lui B la întâlnirea cu C este:	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 3		Parțial	Punctaj
	$t_B = t_{1B} + t_{2B} = \dfrac{2t'}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}.$		
	Diferența indicațiilor ceasornicelor din B şi C la întâlnirea navelor B şi C este: $\Delta t = t_B - t_C = 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}-1\right)t'.$	0,25	
	În variantă nerelativistă, $\Delta t = 0$.	0,25	
b)	**Viteza navei B astfel încât vitezele relative ale navelor A şi C în raport cu nava B să fie egale în modul şi de sens contrar**		3
	Adoptând ca sistem inerțial fix, sistemul S din figura 2, ataşat stelei Σ față de care cele trei nave sunt în mişcări rectilinii şi uniforme, iar ca sistem inerțial mobil, sistemul S′ ataşat navei B, vitezele navelor A şi C în raport cu nava B (în raport cu sistemul mobil S′) sunt date de relațiile vectoriale:  fig.2	0,50	
	$\vec{v}_{AB} = \dfrac{\vec{v}_A - \vec{v}_B}{1-\dfrac{\vec{v}_A\vec{v}_B}{c^2}} = \dfrac{\vec{v}_A - \vec{v}_B}{1-\dfrac{v_A v_B}{c^2}};$ $\vec{v}_{CB} = \dfrac{\vec{v}_C - \vec{v}_B}{1-\dfrac{\vec{v}_C\vec{v}_B}{c^2}} = \dfrac{\vec{v}_C - \vec{v}_B}{1+\dfrac{v_C v_B}{c^2}};$	0,50	
	$\left(1-\dfrac{v_A v_B}{c^2}\right)\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B \equiv \vec{V}_{AB};$ $\left(1+\dfrac{v_C v_B}{c^2}\right)\vec{v}_{CB} = \vec{v}_C - \vec{v}_B \equiv \vec{V}_{CB}.$	0,25	
	Utilizând desenul din figura 3 rezultă:	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	Subiect 3	Parțial	Punctaj
	 fig.3		
	$V_{AB} = v_A - v_B = \left(1 - \frac{v_A v_B}{c^2}\right) v_{AB};$ $v_{AB} = \frac{v_A - v_B}{1 - \frac{v_A v_B}{c^2}};$	0,25	
	$V_{CB} = v_C + v_B = \left(1 + \frac{v_C v_B}{c^2}\right) v_{CB};$	0,25	
	$v_{CB} = \frac{v_C + v_B}{1 + \frac{v_C v_B}{c^2}};$ $v_{AB} = v_{CB};$	0,25	
	$\frac{v_A - v_C}{c^2} v_B^2 - 2\left(1 - \frac{v_A v_C}{c^2}\right) v_B + (v_A - v_C) = 0;$	0,25	
	$(v_B)_{1,2} = \frac{c^2 - v_A v_C}{v_A - v_C} \pm \sqrt{\left(\frac{c^2 - v_A v_C}{v_A - v_C}\right)^2 - c^2};$ $v_B < c;$	0,25	
	$v_B = \frac{c^2 - v_A v_C}{v_A - v_C} - \sqrt{\left(\frac{c^2 - v_A v_C}{v_A - v_C}\right)^2 - c^2}.$	0,25	
c)	**Elementele vectorului reprezentând viteza navei B în raport cu steaua Σ**		3
	Adoptând ca sistem inerțial fix, sistemul S din figura 4, atașat stelei Σ, față de care navele A și B sunt în mișcări rectilinii și uniforme, iar ca sistem inerțial mobil, sistemul S′, atașat navei A (în mișcare față de sistemul fix cu viteza $\vec{v}_A = \vec{v}_0$), atunci vitezele navei B în raport nava A (în raport cu sistemul mobil S′), $\vec{v}_{BA} = \vec{v}'$ și în raport cu steaua Σ, $\vec{v}_B = \vec{v}$, au componentele:	0,25	
	 fig.4	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 3	**Parțial**	**Punctaj**
$(v')_{X'} = 0;\ (v')_{Y'} = v_{BA};$ $(v)_X = v_B \cos\theta;\ (v)_Y = v_B \sin\theta,$	0,25	
relațiile dintre acestea fiind : $(v)_X = \dfrac{(v')_{X'} + v_0}{1 + \dfrac{v_0 (v')_{X'}}{c^2}};\ (v)_Y = \dfrac{(v')_{Y'}}{1 + \dfrac{v_0 (v')_{X'}}{c^2}} \sqrt{1 - \dfrac{v_0^2}{c^2}};$	0,50	
$v_B \cos\theta = v_A;$ $v_B \sin\theta = v_{BA} \sqrt{1 - \dfrac{v_A^2}{c^2}}.$	0,25	
În aceste condiții, rezultă: $v_B = \sqrt{v_A^2 + v_{BA}^2 \left(1 - \dfrac{v_A^2}{c^2}\right)};$	0,25	
$\tan\theta = \dfrac{v_{BA}}{v_A} \sqrt{1 - \dfrac{v_A^2}{c^2}}.$	0,25	
Variantă nerelativistă: $v_B = \sqrt{v_A^2 + v_{BA}^2};\ \tan\theta = \dfrac{v_{BA}}{v_A}.$	0,25	
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.